

УДК 535.016

ФОРМИРОВАНИЕ ФОТОДЕФЛЕКЦИОННОГО ОТКЛИКА В ГИРОТРОПНОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ, ОБЛУЧАЕМОЙ БЕССЕЛЕВЫМ СВЕТОВЫМ ПУЧКОМ**Г.С. Митюрин, Е.В. Черненко, В.В. Свиридова, А.Н. Сердюков***Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины***THE FORMATION OF PHOTODEFLECTION RESPONSE IN GYROTROPIC SUPERLATTICE IRRADIATED BY BESSEL LIGHT BEAMS****G.S. Mityurich, E.V. Chernenok, V.V. Sviridova, A.N. Serdyukov***F. Scorina Gomel State University*

Исследовано явление возникновения фотодефлекционного сигнала в гиротропной сверхрешетке под действием облучения бесселевыми световыми пучками (БСП). Установлено, что скорость диссипации энергии ТЕ-моды БСП существенно зависит от радиальной координаты ρ , нормированной координаты $xw = x/w_0$, угла конусности БСП α , а также частоты амплитудной модуляции Ω БСП.

Ключевые слова: фотодефлекционный отклик, гиротропная сверхрешетка, бесселевы световые пучки, скорость диссипации энергии, амплитуда фотодефлекционного сигнала, функция Бесселя, уравнение теплопроводности.

The phenomenon of occurrence of photodeflection signal in gyrotropic superlattice by irradiation of Bessel light beams (BLB) was investigated. It was found that the rate of energy dissipation TE-mode BLB essentially depends on the radial coordinate ρ , normalized coordinate $xw = x/w_0$, BLB taper angle α , as well as the frequency of the amplitude modulation Ω BLB.

Keywords: photodeflection response, gyrotropic superlattice, Bessel light beam, energy dissipation rate, amplitude of the photodeflection signal, Bessel function, heat equation.

Введение

В последние годы повышенный интерес у многих исследователей [1]–[6] вызывают созданные искусственным образом сверхрешетки, состоящие из периодически повторяющихся слоев наноразмерной толщины. Одним из главных достоинств наноструктур является возможность влиять на свойства создаваемых наноматериалов путем изменения геометрических размеров и конфигурации нанообъектов. В естественно-гиротропных и магнитоактивных сверхрешетках существует также дополнительная возможность управления их свойствами при воздействии внешних электрических и магнитных полей [7]–[9]. В этой связи актуальным является разработка методов неразрушающего контроля диагностики таких сред.

К одним из достаточно эффективных и широко используемых относятся методы лазерной фотодефлекционной или фототермоакустической спектроскопии [10]–[12], отличительной особенностью которых является высокая чувствительность, универсальность и относительная простота прецезионных измерений. Данные методы хорошо себя зарекомендовали при исследовании пространственно-неоднородных, многослойных и нелинейных структур [13]–[19], а также в сочетании с биомедицинской ультразвуковой фотоакустикой [20].

1 Теория метода

В данной работе метод лазерной фотодефлекционной спектроскопии будет использован для исследования диссипативных и термофизических свойств короткопериодных двухслойных сверхрешеток, обладающих эффектами естественной пространственной дисперсии [21].

В качестве возбуждающего фотодефлекционный сигнал будем использовать бесселевые световые пучки (БСП) [22]–[24], которые обладают рядом уникальных свойств. Например, бездифракционностью при распространении в определенной области пространства, способностью высокой концентрации световой энергии вблизи оси пучка, а также возможностью управления выбором необходимых поляризационных мод БСП за счет управляемого изменения угла конусности светового пучка [25]–[26]. Последнее обстоятельство, как отмечалось в [27]–[29], весьма существенно сказывается на изменении скорости диссипации энергии поляризационных мод БСП и распределении температурного поля в исследуемом образце, которое непосредственно влияет на процесс формирования фотодефлекционного сигнала.

Сверхрешетка, состоящая из слоев поглощающих гиротропных кубических кристаллов, в рамках длинноволнового приближения, характеризуется одноосными комплексными тензорами диэлектрической проницаемости ϵ_e и оптической активности γ_e [7], [8]

$$(\varepsilon_e)_{11} = (\varepsilon_e)_{22} = x_0 \varepsilon_1 + (1 - x_0) \varepsilon_2,$$

$$(\gamma_e)_{11} = (\gamma_e)_{22} = x_0 \gamma_1 + (1 - x_0) \gamma_2,$$

где $x_0 = d_1/D$, d_1, d_2 – толщины компонентов сверхрешетки, $D = d_1 + d_2$ – период сверхрешетки, $\varepsilon_{1,2} = \varepsilon'_{1,2} + i\varepsilon''_{1,2}$ – комплексная диэлектрическая проницаемость, $\gamma_{1,2} = \gamma'_{1,2} + i\gamma''_{1,2}$ – комплексный параметр оптической активности, где реальная часть γ $\text{Re } \gamma = \gamma'$ отвечает за удельное вращение плоскости поляризации, а мнимая $\text{Im } \gamma = \gamma''$ связана с циркулярным дихроизмом. Исследуется случай короткопериодных сверхрешеток [7], когда период структуры $D = d_1 + d_2 \ll \lambda_1, \lambda_2$, где λ_1, λ_2 – длины оптических и тепловых волн.

Основываясь на материальных уравнениях для гиротропных сред [21]

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + i\gamma \mathbf{H},$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - i\gamma \mathbf{E}, \quad \mu = 1,$$

а также на уравнениях Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = [\nabla \mathbf{E}] = i k_0 \mathbf{B},$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = [\nabla \mathbf{B}] = -i k_0 \mathbf{D},$$

получим выражение для скорости диссипации энергии ТЕ-моды БСП в цилиндрической системе координат аналогично [27]

$$Q^{TE} = \frac{\omega I_0 |\varepsilon_1 x_0 + (1 - x_0) \varepsilon_2| (\varepsilon_1'' x_0 + (1 - x_0) \varepsilon_2'')}{2\pi} \times \\ \times \left[\left(\frac{m}{q\rho} \right)^2 J_m^2(q\rho) + J_m'^2(q\rho) + \right. \\ \left. + \frac{2m k_z' (\gamma_1'' x_0 + (1 - x_0) \gamma_2'')}{\rho k_0^2 (\varepsilon_1 x_0 + (1 - x) \varepsilon_2)^{3/2} \sin^3 \alpha} J_m(q\rho) J_m'(q\rho) \right] \times \\ \times \exp(-2k_z'' z),$$

где

$$k_z = k_0 \sqrt{\varepsilon_e} \cos \alpha, \quad k_0 = \omega / c,$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon_1 x_0 + \varepsilon_2 (1 - x_0),$$

$$q = k_0 \sqrt{\varepsilon_e} \sin \alpha,$$

$$k_0' = k_0 \cos \alpha = \frac{\omega}{c} \cos \alpha,$$

α – параметр конусности БСП, равный половине угла при вершине конуса волновых векторов, определяющий спектр пространственных частот пучка, I_0 – интенсивность света, $J_m(q\rho)$ – функции Бесселя первого рода m -го порядка,

$$J_m'(q\rho) = \frac{\partial}{\partial(q\rho)} J_m(q\rho) \text{ – производная по радиальной координате от функции Бесселя.}$$

Выражение для скорости диссипации энергии ТН-моды БСП получается аналогичным образом, но ввиду его громоздкости не приводится.

Рассмотрим случай трансверсальной геометрии возбуждающего фотодефлекционного отклика и пробного световых пучков (рисунок 1.1). На поглощающую сверхрешетку, состоящую из двух гиротропных кубических кристаллов германата висмута и силиката висмута, нормально к поверхности падает модулированный по интенсивности БСП ТЕ-поляризации. Вследствие модулированного поглощения на частоте модуляции Ω в образце выделяется тепловая энергия, причем распределение температурного поля $T(z, t)$ в сверхрешетке можно найти на основе решения уравнения теплопроводности

$$\nabla^2 T - \frac{1}{\beta_s} \frac{\partial T}{\partial t} =$$

$$= \frac{1}{2k_s} Q^{TE} \exp(-2r^2/w_0^2) (1 + \cos \Omega t),$$

где β_s – эффективный коэффициент теплопроводности, связанный с коэффициентом теплопроводности k_s соотношением $\beta_s = k_s / \rho_0 C$, ρ_0 – плотность, C – удельная теплоемкость. Правая часть уравнения (1.1) содержит скорость диссипации энергии бессель-гауссового пучка

$$Q^{TE} \exp(-2r^2/w_0^2)$$

($r^2 = x^2 + y^2$, w_0 – перетяжка пучка), как плотность мощности тепловых источников.

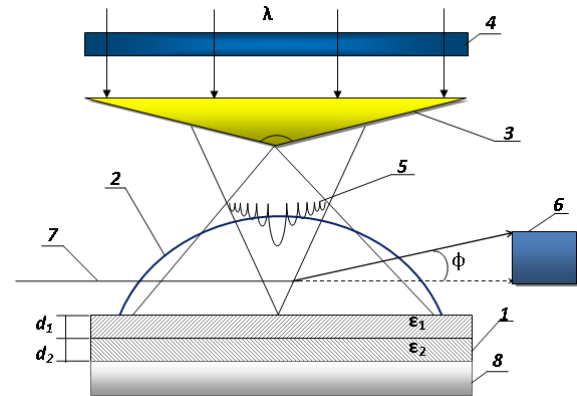


Рисунок 1.1 – Схема регистрации фотодефлекционного сигнала:

- 1 – естественно гиротропная сверхрешетка;
- 2 – «термическая» линза;
- 3 – аксикон;
- 4 – модулятор;
- 5 – ТЕ-мода БСП;
- 6 – позиционно-чувствительный фотодетектор;
- 7 – зондирующий луч;
- 8 – подложка

Решение уравнения теплопроводности (1.1) выполним в виде

$$T(x, y, z, t) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} Q^{TE}(\xi, \eta, \mu, \chi) G(\xi, \eta, \mu, \chi) d\xi d\eta d\mu d\chi, \quad (1.2)$$

потребовав при этом выполнения стандартных граничных условий

$$T(r, t)|_{r=0} = 0, \quad T(r, t)|_{r=R} = 0.$$

В соотношении (1.2) $G(\xi, \eta, \mu, \chi)$ – фундаментальное решение оператора уравнения теплопроводности в (1.1), определяемое выражением

$$G = \frac{\Theta(t)}{8\rho C\beta_s [\pi(t-\tau)]^{3/2}} \times \exp\left(-\frac{((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\mu)^2)}{4\beta_s(t-\tau)}\right), \quad (1.3)$$

удовлетворяющим дифференциальному уравнению для точечного мгновенного источника

$$\Delta G - \frac{1}{\beta_s} \frac{\partial G}{\partial t} = -\frac{1}{2k_s} \delta(x-\xi, y-\eta, z-\mu) \delta(t-\chi). \quad (1.4)$$

В (1.3), (1.4) $\Theta(t)$ – единичная ступенчатая функция Хэвисайда, $\delta(x-\xi, y-\eta, z-\mu)$ и $\delta(t-\chi)$ – дельта функция Дирака от пространственных и временной координат соответственно.

Выполнив подстановку (1.3) в (1.2) и вычислив интегралы по пространственным переменным несложно получить для распределения температурного поля в гиротропной сверхрешетке следующее выражение

$$\Phi(\rho, z, t) = \frac{k_0^4}{2n_{\text{ef}}\sqrt{\pi}} \frac{dn_{\text{ef}}}{dT} Q^{TE} \times \int_0^t \frac{(\sin^2 \Omega t - 1)x}{[w_0^2 + 8\beta_s(t-\tau)]^{3/2}} \times \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2 + 8\beta_s(t-\tau)}\right) \times \exp(-\alpha_{\text{ef}}^2 \beta_s(t-\tau)) d\tau. \quad (1.5)$$

Как следует из соотношения (1.5), значение амплитуды фотодефлекционного сигнала от гиротропной сверхрешетки сложным образом зависит от временных и поляризационных свойств бessel-гауссового светового пучка, а также геометрических, теплофизических, диссипативных и дихроичных параметров сверхрешетки.

2 Графический анализ

Для анализа полученных результатов в дальнейшем воспользуемся методом численного интегрирования соотношения (1.5). Будем предполагать, что двухслойная сверхрешетка содержит в качестве компонентов гиротропные кристаллы класса 23 германат висмута ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$) и силикат висмута ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$). При проведении численных расчетов выберем следующие значения параметров и констант [30]:

$$\begin{aligned} I_0 &= 0.15 \times 10^4 \text{ Вт/м}^2, \\ \varepsilon_1 &= 7 + i2 \cdot 10^{-2}, \quad \varepsilon_2 = 4 + i \cdot 10^{-2}, \\ \gamma_1 &= 10^{-4} + i2 \cdot 10^{-5}, \quad \gamma_2 = 10^{-5} + i2 \cdot 10^{-6}, \\ \lambda &= 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \\ d_1 &= 80 \cdot 10^{-9} \text{ м}, \quad d_2 = 120 \cdot 10^{-9} \text{ м}, \\ \beta_1 &= 0.4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \beta_2 = 0.74 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}. \end{aligned}$$

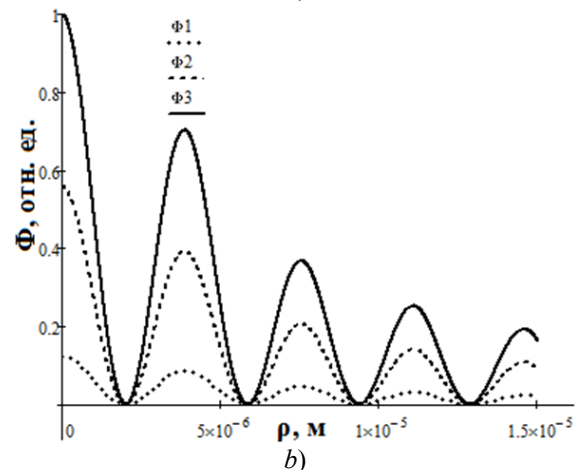
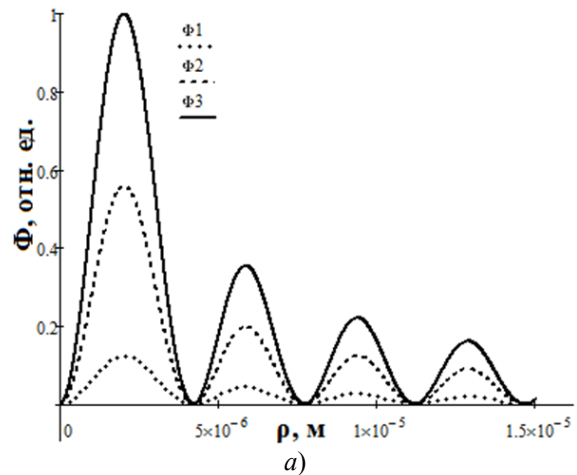


Рисунок 2.1 – Зависимость угла фотодефлекции от радиальной координаты ρ для TE-мод БСП и разных значений времени $t_1 = 0.15 \text{ с}$, $t_2 = 0.175 \text{ с}$, $t_3 = 0.2 \text{ с}$

Из рисунка 2.1 следует, фотодефлекционный отклик существенным образом зависит от радиальной координаты ρ . Для различных значений времени облучения исследуемого образца происходит возрастание амплитуды фотодефлекционного сигнала с одновременной синхронизацией осцилляций. Для моды $m = 0$ (рисунок 2.1 а) сигнал обращается в нуль в зависимости от ρ , что связано с пространственным распределением интенсивности БСП по концентрическим окружностям и проявлением модулирующих свойств функции Бесселя. Аналогично можно объяснить достижение углом фотодефлекции максимума при $\rho = 0$ и $m = 1$ (рисунок 2.1 б).

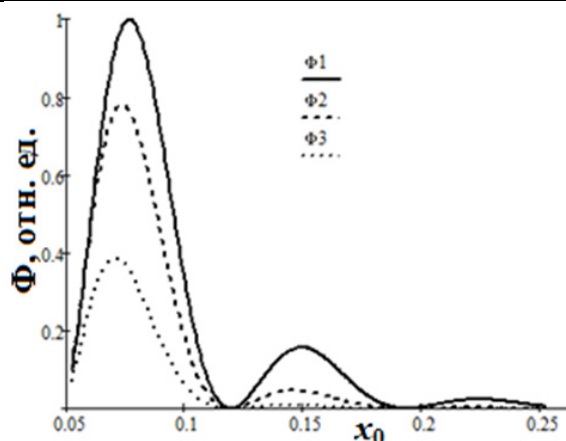


Рисунок 2.2 – Зависимость угла фотодефлексии от параметра сверхрешетки $x_0 = d_1/D$ для ТЕ-мод БСП и разных значений времени $t_1 = 0.15$ с, $t_2 = 0.175$ с, $t_3 = 0.2$ с ($m=0$) для гиротропной сверхрешетки

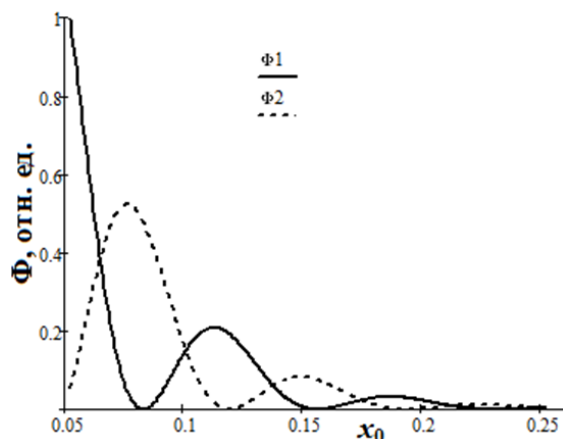


Рисунок 2.3 – Зависимость угла фотодефлексии от параметра сверхрешетки $x_0 = d_1/D$ для различных ТЕ-мод БСП ($m_1 = 0$, $m_2 = 1$) и значения времени $t = 0.15$ с

Угол фотодефлексии осциллирует в зависимости от относительной толщины сверхрешетки x_0 , а амплитуда фотодефлекционного отклика возрастает с увеличением времени воздействия лазерного излучения (рисунок 2.2).

Максимумы осцилляций фотодефлекционного сигнала для нулевой и первой мод находятся в противофазе (рисунок 2.3), так как значение m БСП существенно влияет на распределение тепловых полей в исследуемом образце.

Как видно из рисунка 2.4, угол конусности аксикона α , ответственного за формирование пространственной структуры бesselового пучка, также весьма существенно влияет на амплитуду фотодефлекционного сигнала. В зависимости от порядка моды БСП ($m = 0$, $m = 1$) при определенном значении параметра конусности может наблюдаться максимум или минимум амплитудного значения фотодефлекционного отклика.

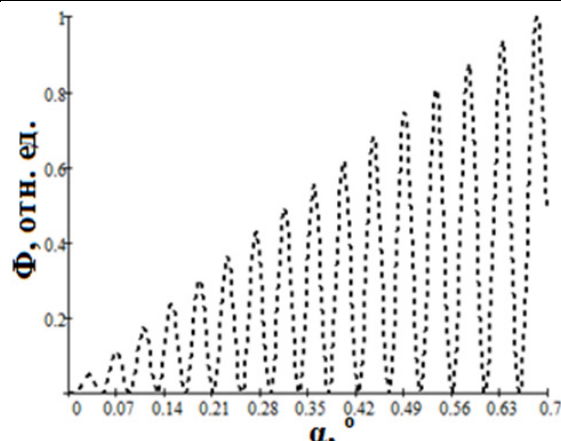


Рисунок 2.4 – Зависимость угла фотодефлексии от параметра угла конусности α для значения времени $t = 0.1$ с ($m = 0$)

На рисунке 2.5 видно, что амплитуда фотодефлекционного сигнала осциллирует в зависимости от значения радиальной координаты ρ и симметрична относительно нормированной координаты (x/w_0). Можно заметить также, что амплитуда осцилляций экспоненциально уменьшается с увеличением частоты модуляции возбуждающего фотодефлекционный отклик пучка, что обуславливается термической инерционностью преобразования типа свет – тепло.

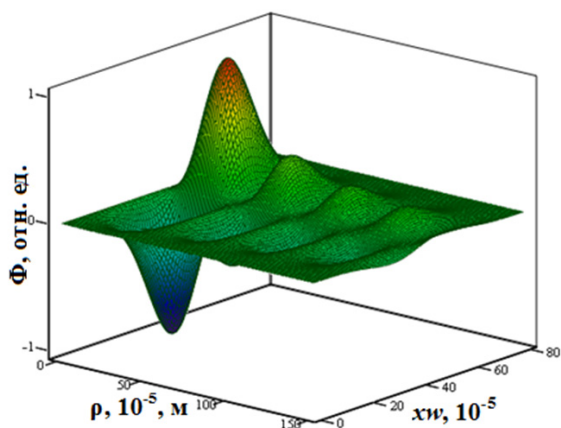


Рисунок 2.5 – Зависимость угла фотодефлексии от радиальной координаты ρ и нормированной координаты $xw = x/w_0$ для $m = 1$ ТЕ-моды БСП для гиротропной сверхрешетки

Заключение

Таким образом, в работе проведено исследование диссипативных и термофизических свойств короткопериодных двухслойных гиротропных сверхрешеток методом лазерной фотодефлекционной спектроскопии. Полученные результаты позволяют предложить метод неразрушающего контроля геометрических параметров гиротропной сверхрешетки в процессе ее изготовления. Так же выявлена возможность управления термооптической генерацией звука, возбуждаемого

бесселевыми световыми пучками. Управление амплитудой фотодефлекционного сигнала и распределением интенсивности термоупругих полей в гиротропных сверхрешетках может достигаться путем формирования требуемых поляризационных ТЕ- и ТН-мод квазибездифракционного излучения, за счет использования аксионов с регулируемым углом конусности или реализации оптических схем с перестраиваемой конусностью бесселевых световых пучков.

Авторы выражают огромную благодарность В.Н. Капшаю за плодотворное обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исследование сверхрешеток BaTiO₃ / (Ba,Sr)TiO₃ методом спектроскопии комбинационного рассеяния света* / О.А. Маслова, Ю.И. Юзюк, N. Ortega, A. Kumar, R.S. Katigar // ФТТ. – 2011. – Т. 53, № 5. – С. 999–1003.
2. *Полупроводниковая сверхрешетка-твердотельный терагерцовый гетеродинный источник для электронно-разогревного NbN-смесителя* / И.В. Пентин [и др.] // ЖТФ. – 2012. – Т. 82, вып. 7. – С. 75–78.
3. *Исследование физических процессов, возникающих в условиях низких температур и токов в светоизлучающих наногетероструктурах на основе полупроводниковых нитридов* / Е.А. Менькович [и др.] // Труды МФТИ. Нанотехнологии. – 2014. – Т. 6, № 1 – С. 12–19.
4. *Высокоэффективные InGaN/GaN/AlGaIn светодиоды с короткопериодной InGaN/GaN сверхрешеткой для диапазона 530–560 нм* / В.В. Лундин [и др.] // Письма в ЖТФ. – 2010. – Т. 36, вып. 22. – С. 89–95.
5. *Глазов, С.Ю.* Генерация высших гармоник в сверхрешетке на основе графена в присутствии постоянного электрического поля / С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова // Наносистемы: физика, химия, математика. – 2012. – Т. 3, вып. 1. – С. 64–70.
6. *Использование короткопериодных сверхрешеток InGaN/GaN в светодиодах синего диапазона* / В.С. Сизов [и др.] // ФТП. – 2010. – Т. 44, вып. 7. – С. 955–961.
7. *Семченко, И.В.* Гиротропные свойства сверхрешеток в длинноволновом приближении / И.В. Семченко // Кристаллография. – 1990. – Т. 35, № 5. – С. 1047–1050.
8. *Гайшун, В.Е.* Гиротропные свойства сверхрешеток с магнитной структурой в длинноволновом приближении / В.Е. Гайшун, И.В. Семченко, А.Н. Сердюков // Кристаллография. – 1993. – Т. 38, №3. – С. 24–27.
9. *Румянцев, В.В.* Оптическая активность неидеальных 1D-сверхрешеток с вакансиями в примесных слоях / В.В. Румянцев, С.А. Федоров, М.В. Проскурено // ЖТФ. – 2014. – Т. 84, вып. 10. – С. 79–82.
10. *Photothermal deflection spectroscopy and detection* / W.B. Jackson, N.M. Amer, A.C. Boccara, D. Fournier // App. Opt. – 1981. – Vol. 20, № 8. – P. 1333–1344.
11. *Zharov, V.P.* Lazer Optoacoustic Spectroscopy / V.P. Zharov, V.S. Letokhov. – N-Y.: Springer-Verlag. – 1986. – 320 p.
12. *Bialkowski, S.E.* Photothermal Spectroscopy Methods for Chemical Analysis / S.E. Bialkowski. – N-Y.: Wiley. – 1996. – 584 p.
13. *McGahan, W.A.* Solution of the Heat Conduction Equation in Multilayers for Photothermal Deflection Experiments / W.A. McGahan, K.D. Cole // J. App. Phys. – 1992. – Vol. 72, № 4. – 1362–1373.
14. *Gallais, L.* Photothermal deflection in multilayer coatings: modeling and experiment / L. Gallais, M. Commandre // Appl. Opt. – 2005. – Vol. 44, № 25. – P. 5230–5238.
15. *Муратиков, К.Л.* Определение теплофизических характеристик и параметров трещин в керамиках лазерным фотодефлекционным методом / К.Л. Муратиков, А.Л. Глазов // ЖТФ. – 2001. – Т. 71, вып. 6. – С. 110–115.
16. *Burbelo, R.* Photothermal analysis of heterogeneous semiconductor structures under a pulse laser irradiation / R. Burbelo, M. Isaiev, A. Kuzmich // Semiconduct. Phys., Quant. Electron. & Optoelect. – 2009. – Vol. 12, № 4. – P. 403–405.
17. *Митюрин, Г.С.* Фотоакустическое преобразование в нелинейных гиротропных кристаллах типа силленита / Г.С. Митюрин // ЖТФ. – 1989. – Т. 59, № 9. – С. 118–122.
18. *The complex ray theory of photodeflection signal formation: Comparison with the ray theory and the experimental results* / D.K. Kobylińska, R.J. Bukowski, B. Burak, J. Bodzenta, S. Kochowski // J. Appl. Phys. – 2006. – Vol. 100. – P. 063501–1–063501–9.
19. *Detector effects in photothermal deflection experiments* / D.K. Kobylińska, R.J. Bukowski, J. Bodzenta, S. Kochowski, A. Kaźmierzczak-Balata // Appl. Opt. – 2008. – Vol. 47, № 10. – P. 1559–1566.
20. *Khosroshahi, M.E.* Variation of Photoacoustical signal With Gold Nanoparticles Concentration In Phantom Tissue Using Pulsed Nd:YAG Laser / M.E. Khosroshahi, A. Mandelis // Int. J. Thermophys. – 2014. – doi: 10.1007/s10765-014-1773-3.
21. *Федоров, Ф.И.* Теория гиротропии. / Ф.И. Федоров. – Минск: Наука и техника. – 1976. – 380 с.
22. *Durnin, J.* Exact solution for nondiffraction beams / J. Durnin // JOSA. – 1987. – Vol. 4, № 4. – P. 651–654.
23. *Bessel-like beams with z-dependent cone angles* / V. Belyi [et al.] // Opt. Express. – 2010. – № 18. – P. 1966–1973.
24. *Пятницкий, А.Н.* Волновые бесселевы пучки / А.Н. Пятницкий – М.: Физматлит. – 2012. – 407 с.

25. Лепарский, В.Е. Электроскопические конические линзы для формирования бесселевых световых пучков: проблемы взаимодействия излучения с веществом / В.Е. Лепарский, А.Г. Мащенко // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2001. – Т. 9, № 6. – С. 8–10.
26. Устройство термооптического возбуждения акустических волн: пат. 5969 Респ. Беларусь МПК G 10K 11/00 / П.И. Ропот, Г.С. Митюрин; заявитель ин-т физики им. Б.Н. Степанова НАН Беларуси, Белорусский торгово-экономический университет ПК. – № u20090659; заявл. 28.08.2009; опубл. 28.02.2010 // Афіцыйны бюл. Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2010. – № 1. – С. 215.
27. Mityurich, G.S. Thermo-optical excitation of sound by Bessel light beams in crystalline media with internal stress / G.S. Mityurich, A.N. Serdyukov // Crystallogr. Rep. – 2011. – Vol. 56, № 3. – P. 360–365.
28. Mityurich, G.S. Photodeflection spectroscopy of magnetoactive suprlattice irradiated by Bessel – Gaussian light beams / G.S. Mityurich, E.V. Chernenok, A.N. Serdyukov // J. Appl. Spectr. – 2015. – Vol. 82, № 2. – P. 254–259.
29. Photoacoustic Transformation of Bessel Light Beams in Magnetoactive Superlattices / G.S. Mityurich, E.V. Chernenok, V.V. Sviridova, A.N. Serdyukov // Crystallogr. Rep. – 2015. – Vol. 60, № 2. – P. 273–279.
30. Блистанов, А.А. Акустические кристаллы. Справочник / А.А. Блистанов, В.С. Бондаренко, Н.В. Переломова; под ред. Н.П. Шаскольской. – М.: Наука. – 1982. – 632 с.
- Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (грант № Ф14-047).
- Поступила в редакцию 05.03.16.